

EMILIA NOWACZYK

Instytut Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej

APROKSYMACJA SYGNAŁEM TRAPEZOWYM KSZTAŁTU SYGNAŁÓW NIESINUSOIDALNYCH DO OCENY NIEDOKŁADNOŚCI PRZETWORNIKÓW WARTOŚCI SKUTECZNEJ

Pomiarowi wartości skutecznej napięć niesinusoidalnych towarzyszy problem określenia niedokładności uzyskiwanego wyniku, jeżeli sygnał mierzony ma kształt niesinusoidalny. Wykazano, że aproksymowanie różnych kształtów sygnałów trapezem ułatwia wyznaczenie nieznanego błędu przetwarzania. Zastosowanie dodatkowego przetwornika *a/c* pozwala na oszacowanie wartości wszystkich potrzebnych parametrów trapezu i obliczenie poszukiwanego błędu przetworników wartości skutecznej.

1. WSTĘP

Jednym z najczęściej wyznaczanych parametrów napięcia lub prądu przemienego jest jego wartość skuteczna. Obecnie do tego celu na ogół używa się popularnych analogowych monolitycznych przetworników wartości skutecznej napięcia zmiennego na napięcie stałe (true rms *ac/dc*). Przyjęło się, że błąd pomiaru określany przez producenta odnosi się do sinusoidalnych sygnałów wejściowych. Dla sygnałów niesinusoidalnych podawany jest maksymalny dopuszczalny współczynnik szczytu, natomiast nie określa się maksymalnej częstotliwości, do której te sygnały mogą być mierzone, ponieważ trudno jest to zrobić w prosty sposób. Występujące w nich składowe harmoniczne mogą nie zmieścić się w paśmie przenoszenia przetwornika. Analogicznie jest przy wykorzystaniu innych metod przetwarzania np. wyliczania wartości skutecznej na podstawie szeregu pobranych próbek. Problemem, z którym borykają się użytkownicy, jest uwiarygodnienie pomiaru poprzez określenie wartości dodatkowego błędu, ujawniającego się szczególnie wtedy, gdy sygnał mierzony ma częstotliwość bliską górnej częstotliwości granicznej przyrządu.

Znając kształt i częstotliwość przetwarzanego sygnału oraz postać charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej przetwornika można wyznaczyć błąd wynikający z ograniczonego pasma częstotliwości przenoszonych przez przetwornik przy niesinusoidalności sygnału. Błąd ten dla charakterystyki przetwornika opisanej np. jednobiegunową funkcją (czyli najprostszą) oraz sygnału dającego się przedstawić za pomocą szeregu Fouriera wynosi [1]:

$$b = 1 - \frac{U}{\sqrt{0,5 \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 [1/(1+n^2 m^2)]}} \quad (1)$$

gdzie: U — wartość skuteczna przetwarzanego sygnału;

C_n — amplituda kolejnej harmonicznej zawartej w sygnale;

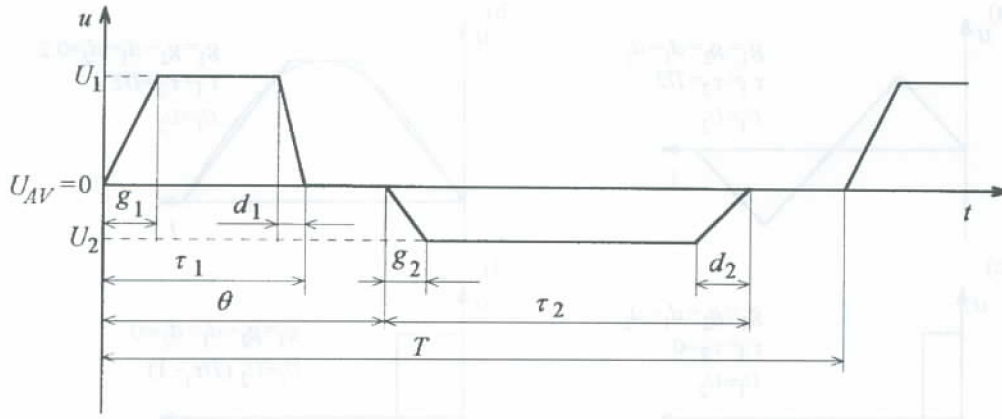
$m = f_x/f_1$ — stosunek częstotliwości przetwarzanego sygnału do częstotliwości pierwszego bieguna funkcji opisującej charakterystykę przenoszenia.

Aby wyliczyć błąd b , konieczna jest znajomość funkcji opisującej kształt sygnału oraz odpowiadającego jej rozwinięcia w szereg Fouriera. Oczywiście dla różnych kształtów sygnałów otrzymuje się różne wyrażenia na U i C_n . Zwykle uzyskuje się jednak zależność bardzo złożoną, zmieniającą się wraz z kształtem sygnału, co czyni obliczenia wartości błędu żmudnymi i pracochłonnymi. Dla wybranych kształtów sygnałów, należących do dość ograniczonej klasy, można posłużyć się wykresami zależności błędu od wartości parametru m [1] lub przybliżonymi zależnościami [2]. Te uproszczone wzory pozwalają wprawdzie szybko i sprawnie oszacować błąd b , nie wymagają bowiem obliczania sum o bardzo wielu składnikach ale mają ograniczone zastosowanie. Są one słuszne, gdy wartość błędu wyliczanego na ich podstawie mieści się w granicach od 0,1% do 5% [2].

Przy wykonywaniu pomiarów dużym ułatwieniem jest przerzucenie na przyrząd decyzji związanej z klasyfikacją kształtu sygnału i obliczenie błędu; dlatego w Instytucie Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej podjęto (z powodzeniem) próby opracowania modelu takiego przyrządu. Zbudowany woltomierz rozpoznaje najbardziej typowe kształty sygnałów, w oparciu o uproszczone wzory wyznacza poprawkę do wartości uzyskanej z analogowego przetwornika true rms ac/dc i podaje wynik z poprawką [3]. Dla identyfikacji kształtu sygnału, koniecznej aby dobrać właściwy wzór do obliczenia błędu, dodatkowym przetwornikiem a/c próbkowany jest sygnał mierzony, stawiana jest hipoteza o jego kształcie i następnie weryfikowana przez porównanie z wbudowaną biblioteką kształtów.

2. TRAPEZ JAKO UOGÓLNIONY KSZTAŁT SYGNAŁU NIESINUSOIDALNEGO

Przybliżone zależności określające omawiany dodatkowy błąd przetworników ac/dc mają ograniczony zakres zastosowań oraz zmienną postać zależną od kształtu sygnału. Drugą z tych wad wykazują także pełne, nieprzybliżone, zależności na wartość błędu. To skłoniło autorkę do próby znalezienia sygnału o kształcie uniwersalnym, dobrze aproksymującego jak najszerszą klasę sygnałów. Założono, że powinien on dać się opisać stosunkowo niewielką liczbą łatwo wyznaczanych parametrów. Ustalono, że takim sygnałem może być sygnał trapezowy przedstawiony na rys. 1. Założono sygnał bez składowej stałej, $U_{AV}=0$, otrzymywany np. przy sprzężeniu pojemnościowym źródła sygnału z przetwornikiem ac/dc .



Rys. 1. Ogólny kształt sygnału trapezowego

Dla tego sygnału wartość błędu wynikająca z ograniczonego pasma częstotliwościowego przetwornika można obliczyć ze wzoru (1) podstawiając za U i C_n^2 odpowiednio:

$$U = \sqrt{\frac{U_1^2 \left(\tau_1 - \frac{2}{3}g_1 - \frac{2}{3}d_1 \right) + U_2^2 \left(\tau_2 - \frac{2}{3}g_2 - \frac{2}{3}d_2 \right)}{3}} T \quad (2)$$

$$C_n^2 = (A_{1n} + A_{2n})^2 + (B_{1n} + B_{2n})^2 \quad (3)$$

gdzie:

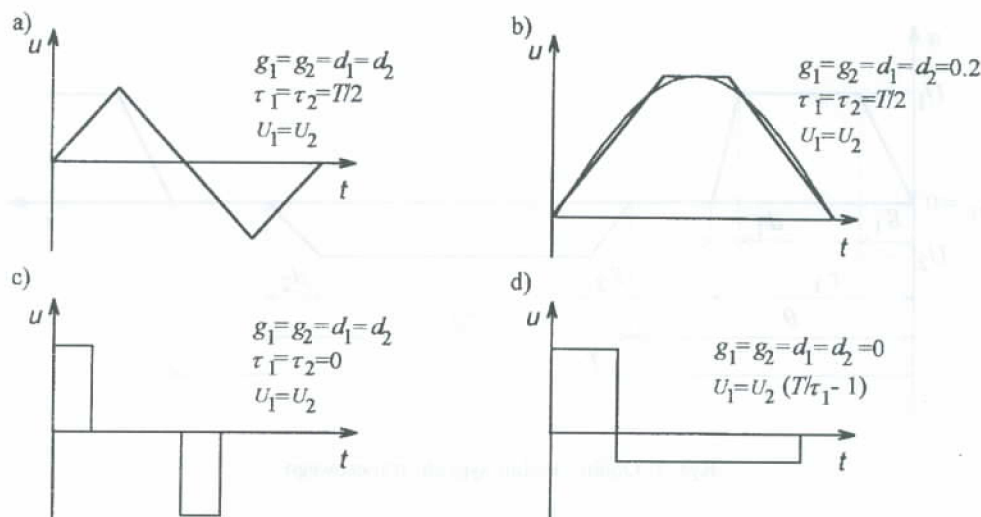
$$A_{1n} = \frac{U_1}{2\pi^2 n^2} \left[-\frac{T}{g_1} \sin^2 n\pi \frac{g_1}{T} + \frac{T}{d_1} \sin n\pi \frac{d_1}{T} \cdot \sin n\pi \left(\frac{2\tau_1 - d_1}{T} \right) \right] \quad (4)$$

$$A_{2n} = \frac{U_2}{2n^2 \pi^2} \left[\frac{T}{g_2} \sin n\pi \left(\frac{2\theta + g_2}{T} \right) \cdot \sin n\pi \frac{g_2}{T} - \frac{T}{d_2} \sin n\pi \left(\frac{2\theta + 2\tau_2 - d_2}{T} \right) \cdot \sin n\pi \frac{d_2}{T} \right] \quad (5)$$

$$B_{1n} = \frac{U_1}{2n^2 \pi^2} \left[\frac{T}{2g_1} \sin n\pi \frac{2g_1}{T} - \frac{T}{d_1} \cos n\pi \left(\frac{2\tau_1 - d_1}{T} \right) \cdot \sin n\pi \frac{d_1}{T} \right] \quad (6)$$

$$B_{2n} = \frac{U_2}{2n^2 \pi^2} \left[-\frac{T}{g_2} \cos n\pi \left(\frac{2\theta + g_2}{T} \right) \cdot \sin n\pi \frac{g_2}{T} + \frac{T}{d_2} \cos n\pi \left(\frac{2\theta + 2\tau_2 - d_2}{T} \right) \cdot \sin n\pi \frac{d_2}{T} \right] \quad (7)$$

Sygnał przedstawiony na rys. 1 po odpowiednim dobraniu opisujących go parametrów staje się ciągiem impulsów trójkątnych (rys. 2a), prostokątnych (rys. 2c i 2d), piłokształtnych, również z pewną dokładnością przybliża sygnały sinusoidalne (rys. 2b) lub też składające się z części połówek sinusoidy np. uzyskiwane przy stosowaniu triaków a także sygnały o innych kształtach. Błąd przetwarzania przy



Rys. 2. Przekształcanie trapezu poprzez zmianę opisujących go parametrów w sygnały o innych kształtach

aproxymowaniu sinusoidy trapezem o parametrach podanych na rys. 2b nie różni się więcej niż od 2,6% dla $m=f_x/f_1=0,3$ do 7,1% dla $m=0,025$ w stosunku do błędu liczonego ze wzoru (1), nie zawierającego uproszczeń i przybliżeń.

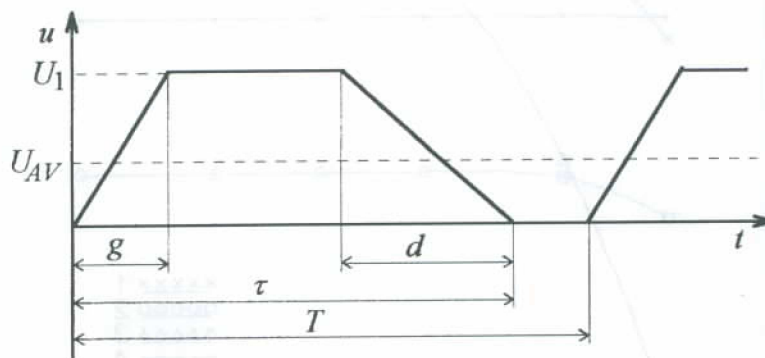
Aby wyliczyć błąd przetwarzania sygnałów niesinusoidalnych w przetwornikach true rms ac/dc i w efekcie tego mieć możliwość uwzględnienia poprawki w końcowym wyniku pomiaru nie jest jednak konieczna dokładna identyfikacja kształtu sygnału mierzonego, oczywiście pod warunkiem, że daje się on przybliżyć trapezem. Wystarczy tylko oszacować czasy narostu, opadania i trwania impulsu oraz zmierzyć okres i amplitudę sygnału. Jeżeli błąd przetwarzania wyznaczony na podstawie tych danych będzie miał niedokładność nie gorszą niż 10%, to wprowadzona poprawka może pozwolić na uzyskanie końcowego wyniku pomiaru nawet z błędem o rząd mniejszym niż w przypadku braku korekcji. Niemniej stopień poprawy precyzji wyniku zależy od rzeczywistej różnicy pomiędzy kształtem sygnału mierzonego a przybliżającym go trapezem.

Podane powyżej zależności od (2) do (7) stają się mniej skomplikowane, jeżeli przyjmie się uproszczoną postać sygnału trapezowego. Dla takiego samego impulsu dodatniego i ujemnego, tzn. przy założeniu, że $g_1=g_2=g$, $d_1=d_2=d$, $\tau_1=\tau_2=\tau$, $\theta=T/2$, $U_1=U_2=U_{1,2}$ otrzymuje się następujące wyrażenia na U i C_n^2 :

$$U = 2U_{1,2}\sqrt{(\tau/2 - g/3 - d/3)T} \quad (8)$$

$$C_n^2 = \frac{4U_{1,2}^2}{n^4\pi^4} \sin^4 n\pi \left[\left(\frac{T}{g} \right)^2 \sin^2 n\pi \frac{g}{T} + \left(\frac{T}{d} \right)^2 \sin^2 n\pi \frac{d}{T} - 2 \frac{T^2}{gd} \sin n\pi \frac{g}{T} \cdot \sin n\pi \frac{d}{T} \cdot \cos n\pi \frac{2\tau - g - d}{T} \right] \quad (9)$$

Nieco inną postać przyjmują wyrażenia określające wartość skuteczną i amplitudę kolejnej harmonicznej, jeżeli sygnał przetwarzany daje się przybliżyć sygnałem trapezowym przedstawionym na rys. 3.



Rys. 3. Sygnał trapezowy stosowany do aproksymacji kształtu impulsów o jednej polaryzacji

Dla takiego sygnału, po wyeliminowaniu składowej stałej U_{AV} , wartości U i C_n^2 można wyliczyć z zależności:

$$U = U_1 \sqrt{\frac{3\tau - 2g - 2d}{3T} - \left(\frac{2\tau - g - d}{2T}\right)^2} \quad (10)$$

$$C_n^2 = \frac{U_1^2}{n^4 \pi^4} \left[\left(\frac{T}{g}\right)^2 \sin^2 n\pi \frac{g}{T} + \left(\frac{T}{d}\right)^2 \sin^2 n\pi \frac{d}{T} - \right. \\ \left. - 2 \frac{T^2}{gd} \sin n\pi \frac{g}{T} \cdot \sin n\pi \frac{d}{T} \cdot \cos n\pi \frac{2\tau - g - d}{T} \right] \quad (11)$$

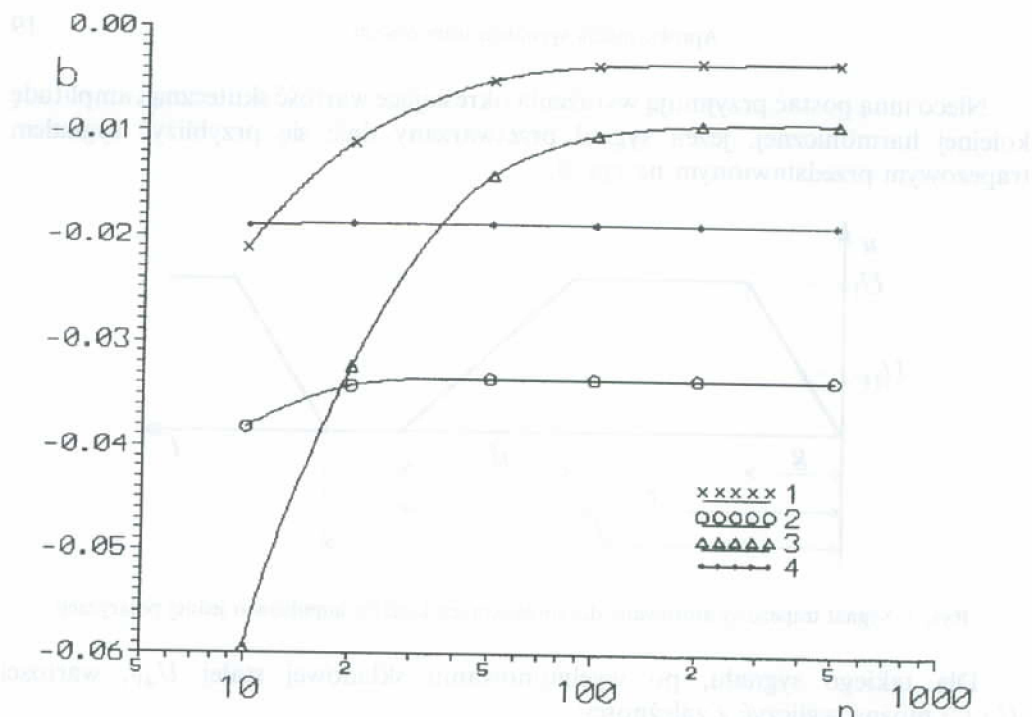
Dla wyliczenia z zależności (11) błędu przetwarzania b z określoną dokładnością należy w tym wyrażeniu użyć odpowiedniej liczby n wyrazów sumy. Wartość n powinna być tym większa, im:

- krótszy jest impuls w stosunku do okresu sygnału;
- bardziej strome są jego zbocza;
- mniejsza jest częstotliwość sygnału f_x w stosunku do górnej częstotliwości granicznej f_1 zastosowanego przetwornika.

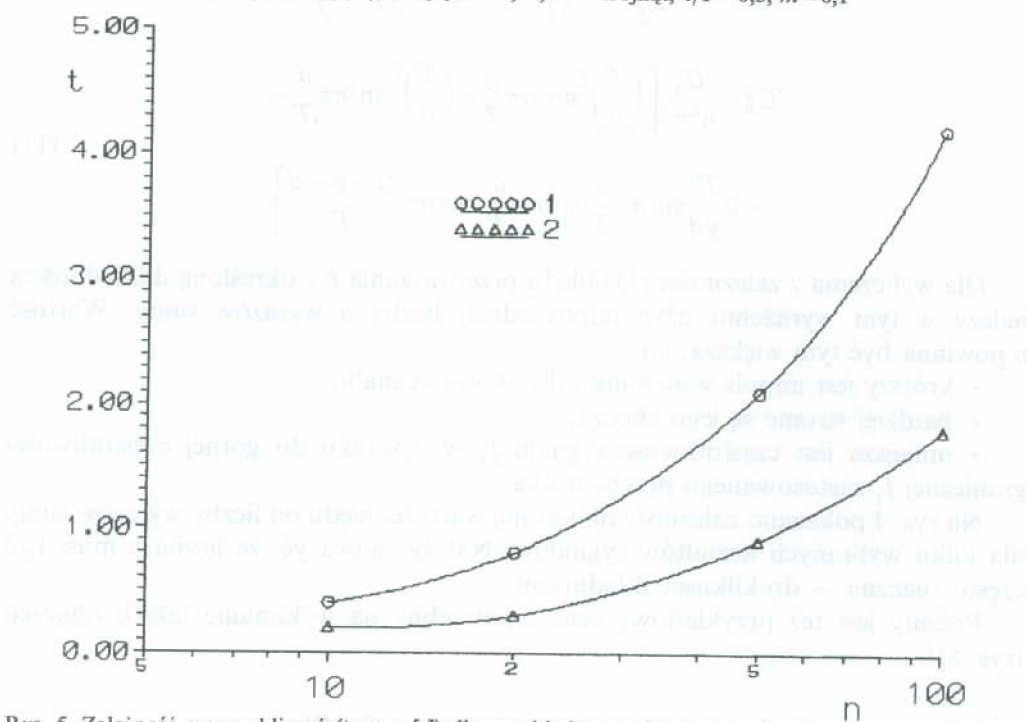
Na rys. 4 pokazano zależność obliczonej wartości błędu od liczby wyrazów sumy dla kilku wybranych kształtów sygnałów. Należy zauważyć, że liczba n musi być często znaczna — do kilkuset składników.

Podany jest też przykładowy czas t potrzebny na wykonanie takich obliczeń (rys. 5)¹.

¹ Obliczenia wykonano na komputerze z procesorem Pentium 100 MHz.



Rys. 4. Zależność wartości wyliczonego błędu przetwarzania od liczby n harmoniczných użytych do jego wyznaczenia dla różnych sygnałów: 1 — prostokąt, $\tau/T=0,5, m=0,01$; 2 — prostokąt, $\tau/T=0,5, m=0,1$; 3 — prostokąt, $\tau/T=0,1, m=0,01$; 4 — trójkąt, $\tau/T=0,3, m=0,1$



Rys. 5. Zależność czasu obliczeń (tu t w [s]) dla przykładowego komputera i zastosowanego programu matematycznego od liczby harmoniczných dla różnych kształtów sygnałów: 1 — prostokąt, 2 — trójkąt

Identyfikacja parametrów sygnału takich jak g , d , τ , θ , T nie musi być wykonywana z bardzo dużą precyzją — bowiem dla celu zwiększenia wynikowej dokładności pomiaru, błąd b może być wyznaczony ze znacznie mniejszą dokładnością niż wartość skuteczna sygnału. Do wielu celów praktycznych wystarczy tu niedokładność określenia błędu od 5% do 10%. Aby ta identyfikacja była możliwa, należy oprócz głównego przetwornika true rms (np. analogowego) do próbkowania sygnału i zgrubnego wyznaczania podanych wyżej parametrów użyć szybki, niezbyt dokładny przetwornik a/c . Rozwiązanie bazujące na tym pomysle zastosowano w pracy przedstawionej w [3]. Należy zauważyć, że przybliżenie sygnału trapezem w sposób pokazany na rys. 3 wymaga oszacowania jego parametrów tj. czasów narostu, opadania i trwania impulsu, relatywnie większych niż oznaczone na rys. 1 (bo $g = g_1 + d_2$, $d = d_1 + g_2$); wynikają stąd mniejsze wymagania co do szybkości dodatkowego przetwornika a/c . Wadą jest tu natomiast zawężenie klasy sygnałów, dla których można obliczyć poprawkę.

3. PODSUMOWANIE

Producenci podzespołów oferują przetworniki true rms o coraz szerszym paśmie. Rośnie też szybkość dokładnych przetworników a/c . Ale wraz z tym postępem rosną również wymagania użytkowników, którzy chcieliby mierzyć w szerszym paśmie i dokładniej sygnały nie tylko sinusoidalne. Zaproponowana przez autorkę aproksymacja sygnałów niesinusoidalnych za pomocą sygnału trapezowego ułatwia i przyspiesza wyznaczenie danych potrzebnych do obliczenia poszukiwanej wartości błędu. Do wyznaczenia wartości błędu nie jest konieczne włączanie w algorytm działania przyrządu procedury rozpoznawania kształtu sygnału. Aby obliczyć błąd b nie musi być sprawdzane czy sygnał ma kształt np. trójkątny czy prostokątny; nie potrzebne jest więc wbudowywanie biblioteki kształtów sygnałów dla identyfikacji kształtu sygnału mierzonego. Po wyznaczeniu parametrów sygnału (takich jak g , d itd.), program może przejść bezpośrednio do obliczenia błędu przetwarzania a następnie wprowadzenia poprawki do wyniku końcowego. Przedstawiona propozycja wprowadzania poprawek wymaga wprowadzie hardware'owo-software'owej rozbudowy urządzenia w stosunku do tradycyjnego przyrządu (lub uczynienia go w jakimś sensie wirtualnym) lecz daje możliwość uzyskania większej dokładności pomiaru wartości skutecznej. Zaproponowany sposób poprawy końcowej dokładności pomiaru nie straci na aktualności, jeżeli w wyniku rozwoju techniki problemy przesuną się w stronę większych częstotliwości, krótszych impulsów lub większych końcowych dokładności przetwornika; nie zmienia się bowiem postać podanych tu wzorów. Wyznaczone przy okazji inne, niż wartość skuteczna, parametry sygnału takie jak amplituda lub okres mogą być także udostępniane użytkownikowi, co czyni przyrząd nie tylko dokładniejszym jeśli chodzi o pomiar true rms ale także bardziej uniwersalnym.

Oznaczenia

A_n	— amplituda n -tej składowej cosinusoidalnej szeregu Fouriera,
b	— błąd przetwarzania przetworników true rms ac/dc przy niesinusoidalnym sygnale wejściowym,
B_n	— amplituda n -tej składowej sinusoidalnej szeregu Fouriera,
C_n	— moduł n -tej składowej szeregu Fouriera,
d	— czas trwania tylnego zbocza impulsu,
g	— czas trwania przedniego zbocza impulsu,
m	— stosunek częstotliwości przetwarzanego sygnału do częstotliwości pierwszego bieguna funkcji opisującej charakterystykę przenoszenia przetwornika,
n	— numer kolejny harmonicznej,
u	— napięcie,
U	— wartość skuteczna sygnału,
U_1, U_2	— amplituda impulsu,
t	— czas,
T	— okres sygnału,
θ	— czas opóźnienia przedniego zbocza impulsu ujemnego w stosunku do tylnego zbocza impulsu dodatniego,
τ	— czas trwania impulsu.

LITERATURA

1. Nowaczyk E., *Pasmo częstotliwości sygnałów niesinusoidalnych w przyrządach mierzących wartość skuteczną*, XX Międzyuczelniana Konferencja Metrologów, Materiały konferencyjne, Szczecin 1988, str. 121–127.
2. Nowaczyk J. (red.), *Koncepcja przetworników uczących się w zastosowaniu do minimalizacji wpływów zewnętrznych na proces przetwarzania informacji pomiarowej*, SPR 293 Instytut Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1994.
3. Nowaczyk E., Szemerda L., *Analogowo cyfrowy przetwornik skutecznej wartości napięć zmiennych, Zastosowanie mikroprocesorów w automatyce i pomiarach*, X Krajowa Konferencja Naukowo-Techniczna, Materiały konferencyjne, Warszawa 1996, t. I, str. 207–214.

SHAPES OF NONSINUSOIDAL SIGNALS APPROXIMATION TO A TRAPEZOID-FORM SIGNAL IN ORDER TO THE APPRECIATION OF TRUE RMS AC/DC CONVERTER ERRORS

Summary

The paper discusses a problem of determination of additional error resulting from finite frequency response of true root-mean-square (rms) to dc converter when nonsinusoidal signals are converted. It is shown that various waveforms approximation to a trapezoid-form signal makes calculation of unknown error easier. Application of additional a/c converter allows for the estimation values of all necessary parameters of the trapezoid and investigating errors computation.