METROLOGIA I SYSTEMY POMIAROWE
TOM II, ZESZYT 2 (1995)

GRZEGORZ SMOŁALSKI

Instytut Metrologii Elektrycznej
Politechnika Wrocławska

POMIAR MOMENTÓW CENTROWANYCH SYGNAŁÓW BIPOLARNYCH METODĄ KOMPARACJI STOCHASTYCZNEJ

Omówiono różne, znane dziś sposoby pomiaru momentów centrowanych sygnałów bipolarnych oraz scharakteryzowano zalety i wady tych sposobów. Przedstawiono układ do pomiaru momentów dowolnego rzędu wykorzystujący komparację stochastyczną. Omówiono główne składniki niedokładności pomiaru związane z przedstawioną metodą: niepewność związaną z losowym rozwijaniem wzorca, niedokładność spowodowaną odchyleniem rzeczywistego rozkładu prawdopodobieństwa napięć wzorcowych od postaci pożądanej i błąd spowodowany histerezą detektorów relacji porządku. Omówiono przykłady zastosowań, w których komparacja stochastyczna jest lepsza od dotychczas stosowanych sposobów pomiaru momentów.

1. MOMENTY ZWYKŁE I CENTROWANE SYGNAŁU — WPROWADZENIE

Pomiar i reprezentacja sygnału za pomocą sekwencji wartości chwilowych nie zawsze są konieczne, a czasami nie są również celowe lub możliwe. Często wystarcza, lub łatwiejsze jest zmierzenie wybranych wartości uśrednionych. Momenty sygnału są jednymi z ważniejszych wartości uśrednionych.

Moment zwykły rzędu n sygnału napięciowego $u(t)$ stanowi jego liczbową charakterystykę średnią. Definiujemy go:

$$v_n = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [u(t)]^n dt, \qquad n = 1,2,... \tag{1}$$

gdzie t_1, t_2 oznaczają krańce przedziału uśredniania. Moment zwykły pierwszego rzędu ($n=1$) nazywa się wartością średnią i wykorzystuje np. przy pomiarach składowej stałej sygnału. Moment rzędu drugiego ($n=2$) — to wartość średniokwadratowa, będąca miarą mocy sygnału. Moment rzędu trzeciego z kolei, bywa wykorzystywany do wykrywania składowej stałej wtedy, gdy jest ona mała w porównaniu ze składową zmienną, a także do wykrywania asymetrii rozkładu prawdopodobieństwa.

W przypadku, gdy interesuje nas średnia wartość odchyleń sygnału od pewnej liczby c, posługujemy się momentami centrowanymi:

$$\mu_n = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [u(t) - c]^n dt, \qquad n = 1,2,... . \tag{2}$$

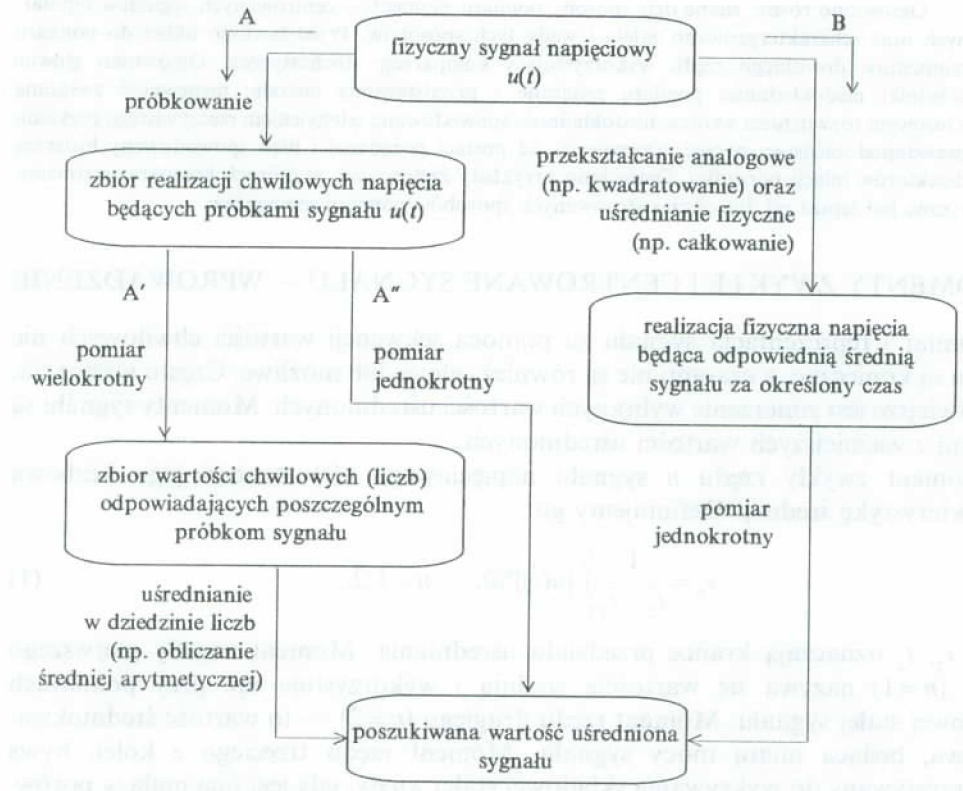
W przypadku, gdy stała centrująca c jest równa wartości średniej v_1, momenty nazywamy centralnymi. Wariancja sygnału np., będąca momentem centralnym rzędu drugiego:

$$\mu_2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [u(t) - v_1]^2 dt, \tag{3}$$

jest ważnym w praktyce parametrem sygnału, będącym miarą jego zmienności.

2. SPOSOBY POMIARU MOMENTÓW SYGNAŁU

Parametry uśrednione sygnału, a więc także i momenty, mierzy się dziś zwykle jedną z dwóch metod: rys. 1, matoda A lub B.



Rys. 1. Sposoby pomiaru parametrów uśrednionych sygnału; na przykładzie sygnału napięciowego

Możliwość pomiaru metodą A wynika ze znanego faktu, że przy spełnieniu odpowiednich warunków, sygnał $u(t)$ może być reprezentowany za pomocą zbioru próbek, czyli realizacji chwilowych w dyskretnych momentach czasu. Jeżeli zbiór próbek jest reprezentatywny dla badanego sygnału przynajmniej pod względem

parametru podlegającego pomiarowi, to dalsze postępowanie może przebiegać dwoma sposobami: A′ lub A″ (rys. 1).

Sposób A′ polega na niezależnym pomiarze wartości każdej realizacji chwilowej, a następnie wykonaniu odpowiednich obliczeń na uzyskanych wynikach, np. podnoszenie do potęgi, obliczanie średniej arytmetycznej itd. Uśrednianie odbywa się tu zatem w dziedzinie liczb. Metoda ta może być realizowana sposobem „off line", gdy w trakcie eksperymentu wykonuje się tylko pomiary wartości chwilowych i wyniki przesyła się do pamięci, zaś potrzebne obliczenia następują już po zakończeniu eksperymentu pomiarowego; lub sposobem „on line", gdy pomiędzy próbkowaniami wykonuje się nie tylko pomiary, ale także wszystkie potrzebne obliczenia dotyczące wartości danej próbki, rezygnując z zapamiętywania poszczególnych wartości.

Zaletą sposobu „off line" jest to, że zgromadzenie zbioru próbek daje możliwość późniejszego wyliczenia na ich podstawie praktycznie dowolnego parametru uśrednionego, a nadto umożliwia częstsze próbkowanie sygnału niż sposobem „on line", bo w trakcie zbierania próbek nie wykonuje się — czasochłonnych zwykle — obliczeń. Liczba próbek jest jednak ograniczona pojemnością pamięci wartości chwilowych — co jest wadą. Wady tej nie ma wersja „on line", ale w przypadku pomiaru parametrów wymagających wykonania złożonych obliczeń na każdej próbce (np. pomiar momentów rzędu $n>2$), czas ich wykonania może być głównym składnikiem i ograniczeniem odstępu próbkowania.

Inaczej wykorzystuje się zbiór realizacji chwilowych w metodzie oznaczonej A″ (rys. 1). Polega ona na bezpośrednim pomiarze wartości uśrednionej odpowiadającej zbiorowi próbek, bez uprzedniego określania indywidualnych wartości poszczególnych realizacji chwilowych. Przykład takiego sposobu pomiaru jest przedmiotem rozważań zaprezentowanych w dalszej części tego artykułu.

Metoda B przedstawiona na rys. 1 polega na takim przetworzeniu analogowym sygnału $u(t)$, by napięcie na wyjściu układu przetwarzającego miało wartość równą mierzonemu parametrowi sygnału. Wymaga to zastosowania nie tylko odpowiednich układów uśredniających (np. całkujących, filtrów, ...), ale często także układów przetwarzających sygnał wejściowy analogowo według odpowiedniej funkcji (np. sumatorów, kwadratorów, układów mnożących, ...). Układy te są zwykle dość drogie i złożone zwłaszcza, gdy mają być dokładne. Uśrednianie analogowe sygnałów szybkozmiennych nie przedstawia na ogół zasadniczych trudności. W przypadku sygnałów wolnozmiennych jest jednak kłopotliwe, gdyż wymaga dużych stałych czasowych układów uśredniających.

W przypadku pomiaru momentów sygnału, centrowanych nie względem ustalonej liczby, ale względem któregoś z nieznanych parametrów uśrednionych sygnału, np. w przypadku pomiaru momentów centralnych, oprócz wyboru metody wg rys. 1, trzeba jeszcze zdecydować, czy wartość średnia v_1 występująca we wzorze (2) może być określana w innym odcinku czasu niż moment podlegający pomiarowi. Jeśli tak, to najpierw mierzymy wartość średnią, a następnie, w oddzielnym pomiarze, wartość interesującego nas momentu centralnego, traktując zmierzone v_1 jako znaną stałą c, o którą chodzi we wzorze (2). W przypadku natomiast, gdy parametr „centrujący"

jak i mierzony muszą być określone w tym samym odcinku czasu — np. wtedy, gdy założenie stacjonarności sygnału badanego jest słuszne tylko w ograniczonym czasie — trzeba rozwinąć dwumian występujący we wzorze (2) i realizować pomiar wg tego rozwinięcia. Przykładowo: pomiar trzeciego momentu centralnego można wykonać albo w dwóch eksperymentach pomiarowych wg wzoru (2), albo też w jednym eksperymencie, mierząc jednocześnie momenty zwykłe ν_1, ν_2, ν_3 i korzystając w obliczeniach z zależności:

$$\mu_3 = \nu_3 - 3\nu_1\nu_2 + 2\nu_1^3. \tag{4}$$

W ostatnim przypadku, układ analogowy — przy korzystaniu z metody B — musi być bardzo skomplikowany, a w przypadku korzystania z metody A' liczba obliczeń wykonywanych na każdej próbce znacznie wzrasta; dlatego też warto rozpatrzyć jeszcze jedną metodę.

3. UKŁAD DO POMIARU MOMENTÓW CENTROWANYCH SYGNAŁÓW BIPOLARNYCH REALIZUJĄCY KOMPARACJĘ STOCHASTYCZNĄ

Pojęcie komparacji pomiarowej oraz jej formy szczególnej — stochastycznej komparacji pomiarowej, wprowadzono i omówiono szczegółowo w pracach [1, 2]. Przedmiotem tego artykułu jest natomiast możliwość wykorzystania komparacji stochastycznej do pomiaru momentów metodą oznaczoną na rys. 1 symbolem A".

Pomiarem momentów sygnałów metodą komparacji stochastycznej zajmowało się wcześniej szereg osób (porównaj np. [3—13]). Metoda ta była przez różnych autorów rozmaicie realizowana i nazywana. Istotą ulepszenia zaprezentowanego w niniejszym artykule jest możliwość użycia zaproponowanego układu nie tylko do pomiaru momentów zwykłych, ale także centrowanych dowolnego rzędu i również w przypadku sygnałów bipolarnych.

Istota komparacji stochastycznej polega na porównywaniu kolejnych próbek sygnału badanego z próbkami sygnału wzorcowego, którym jest w tym przypadku sygnał losowy o odpowiednio dobranym rozkładzie prawdopodobieństwa. Te prównania, w których realizacja sygnału wzorcowego okazała się mniejsza niż badanego, są zliczane w odpowiednim liczniku. W osobnym liczniku zlicza się też wszystkie wykonane porównania. Wynik pomiaru oblicza się po zakończeniu komparacji na podstawie stanu końcowego liczników i właściwości sygnału wzorcowego.

Realizacja komparacji stochastycznej, np. w przypadku napięcia elektrycznego, w układzie najprostszym, zawierającym: wzorzec sygnału losowego o wartościach z przedziału $[0, U_{w\,max}]$, jeden komparator napięć i dwa liczniki, umożliwia bezpośredni pomiar tylko momentów zwykłych i tylko w przypadku sygnałów unipolarnych [1]. Gdy natomiast pomiarowi podlegają sygnały bipolarne, to trzeba „przesunąć" sygnał badany o takie napięcie stałe U_{off}, by wartości chwilowe sygnału przesuniętego $z(t) = u(t) + U_{off}$ były dodatnie i mieściły się w przedziale napięć odtwarzanych przez wzorzec.

Drogą elementarnych przekształceń wzoru definicyjnego (2) można wykazać, że moment centrowany rzędu n sygnału $u(t)$ jest związany z momentami zwykłymi sygnału przesuniętego $z(t)$ następującą zależnością:

$$\mu_n[u(t)] = \sum_{j=0}^{n} (-1)^j \binom{n}{j} (U_{off} + c)^j \nu_{n-j}[z(t)], \tag{5}$$

gdzie $\binom{n}{j}$ oznacza symbol Newtona, zaś c — stałą, względem której mierzymy moment centrowany. We wzorze powyższym, przy symbolach momentów μ oraz ν umieszczono — w nawiasach kwadratowych — nazwy sygnałów, którym one odpowiadają.

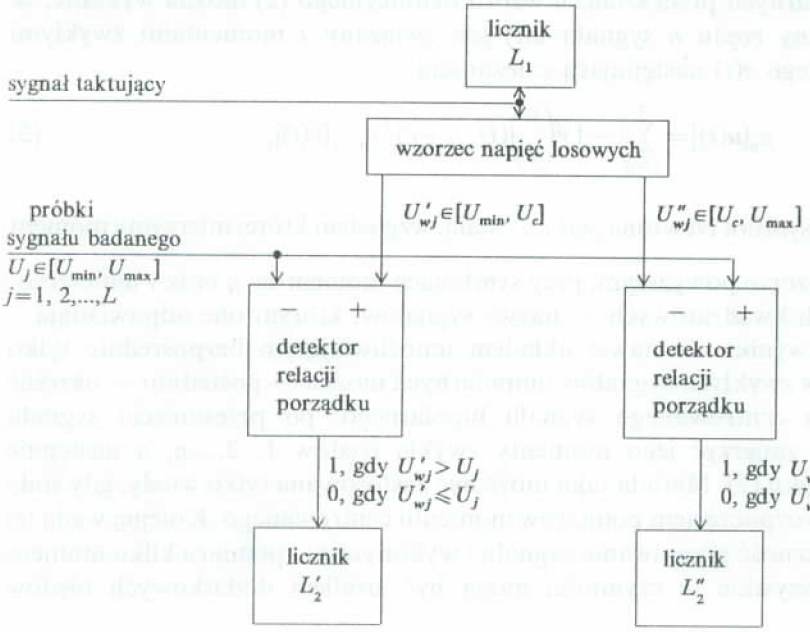
Ze wzoru (5) wynika, że nawet układem umożliwiającym bezpośrednio tylko pomiar momentów zwykłych sygnałów unipolarnych można — pośrednio — określić wartość momentu centrowanego sygnału bipolarnego: po przesunięciu sygnału badanego, trzeba zmierzyć jego momenty zwykłe rzędów 1, 2,...,n, a następnie skorzystać ze związku (5). Metoda taka może być zastosowana tylko wtedy, gdy stała c jest znana przed rozpoczęciem pomiarów momentu centrowanego. Kolejną wadą tej metody jest konieczność przesuwania sygnału i wykonywania pomiaru kilku momentów zwykłych; wszystkie te czynności mogą być źródłem dodatkowych błędów pomiaru.

Pomiar parzystych momentów zwykłych sygnałów bipolarnych można też sprowadzić do pomiaru momentów sygnałów unipolarnych poddając sygnał prostowaniu dwupołówkowemu, które nie zmienia wartości momentów parzystych.

Istnieje jednak możliwość rozbudowy układu realizującego komparację stochastyczną, dzięki której możliwy jest pomiar momentów centrowanych dowolnego rzędu sygnałów bipolarnych i to w czasie trwania jednej procedury pomiarowej. Układ spełniający te wymagania przedstawia rys. 2. Napięcia $U_j, j=1,2,...,L$, są realizacjami chwilowymi sygnału, którego moment podlega pomiarowi. Założono, że zakres zmienności sygnału badanego leży wewnątrz przedziału napięć: $[U_{min}, U_{max}]$. Położenie powyższego przedziału względem napięcia 0V może być dowolne.

Procedura komparacyjna składa się z określonej liczby L taktów. W każdym j-tym takcie ($j=1, 2,...,L$) wzorzec napięć losowych dostarcza na swych dwóch, niezależnych wyjściach napięcia: U'_{wj}, U''_{wj}. Napięcia te losuje się z przedziałów $[U_{min}, U_c]$ oraz $[U_c, U_{max}]$ według rozkładów prawdopodobieństwa o specjalnie dobranej postaci; U_c oznacza napięcie centrujące o wartości równej stałej c, względem której mierzony jest moment sygnału. W dalszych rozważaniach zakłada się, że napięcia w dwóch ciągach U'_{wj}, U''_{wj}, $j=1, 2,...,L$ mogą być parami skorelowane, ale każdy z tych ciągów oddzielnie zawiera napięcia losowo niezależne.

Napięcia wzorcowe wylosowane w każdym takcie są porównywane z realizacjami chwilowymi sygnału badanego. Detektory relacji porządku wytwarzają na swoich wyjściach stany logiczne zgodnie z relacjami podanymi na rys. 2. Liczniki L'_2 i L''_2 zwiększają więc swoje zawartości o jeden tylko w tych taktach, w których wylosowane napięcie wzorcowe okazało się większe (licznik L'_2) lub mniejsze (licznik L''_2) od napięcia U_j. W danym takcie zatem, najwyżej jeden z dwóch liczników L_2



Rys. 2. Układ do pomiaru momentów centrowanych sygnałów bipolarnych metodą komparacji stochastycznej

może zwiększyć swą zawartość. Licznik L_1 natomiast, zlicza wszystkie takty procedury komparacyjnej; jego stan po zakończeniu procedury wynosi więc L.

Wynik R pomiaru wartości momentu należy obliczyć na podstawie stanów końcowych liczników i znanych wartości: U_{min}, U_c, U_{max}.

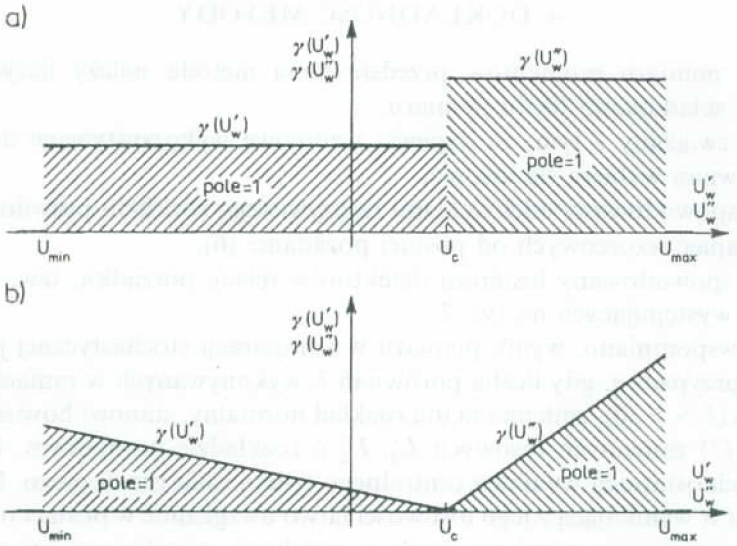
Wyliczono, że podczas pomiaru wartości momentu rzędu n, centrowanego względem U_c, rozkłady prawdopodobieństwa: $\gamma(U'_w)$ i $\gamma(U''_w)$, według których należy losować napięcia na obu wyjściach wzorca powinny mieć postać następującą:

$$\gamma(U'_w)=\begin{cases}\dfrac{-n}{(U_{min}-U_c)^n}(U'_w-U_c)^{n-1}\ ; & U'_w\in[U_{min}, U_c], \\ 0\ ; & \text{poza tym}\end{cases} \tag{6 a}$$

$$\gamma(U''_w)=\begin{cases}\dfrac{n}{(U_{max}-U_c)^n}(U''_w-U_c)^{n-1}\ ; & U''_w\in[U_c, U_{max}], \\ 0\ ; & \text{poza tym,}\end{cases} \tag{6 b}$$

gdzie U_{min}, U_{max} oznaczają granice przedziału zmienności sygnału badanego.

W przypadku pomiaru wartości średniej ($n=1$) — na przykład — rozkłady prawdopodobieństwa obu ciągów powinny być równomierne — rys. 3a, natomiast w przypadku pomiaru wartości średniokwadratowej ($n=2$), funkcje gęstości prawdopodobieństwa obu ciągów napięć powinny narastać liniowo począwszy od punktu $U_w=U_c$; rys. 3b.



Rys. 3. Pożądane postacie funkcji gęstości prawdopodobieństwa $\gamma(U'_w)$ i $\gamma(U''_w)$ napięć dostarczanych przez oba wyjścia wzorca napięć losowych podczas pomiaru: wartości średniej (a) i wartości średniokwadratowej (b) metodą komparacji stochastycznej

Wynik pomiaru R należy obliczać według wzoru:

$$R=\frac{1}{L_1}\left[L'_2(U_{\min}-U_c)^n+L''_2(U_{\max}-U_c)^n\right]. \tag{7}$$

Wielokrotne powtórzenie procedury, z tym samym nawet zbiorem próbek U_j, dałoby różne na ogół stany końcowe liczników L_2, a tym samym — różne wyniki R; wynik jest w tym przypadku nieprecyzyjny — jest zmienną losową. Można jednak wykazać, że wartość oczekiwana wyniku wynosi:

$$E(R)=\frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}(U_j-U_c)^n, \tag{8}$$

jest więc równa momentowi rzędu n, centrowanemu względem U_c, zbioru wartości chwilowych U_j ($j=1, 2,...,L$) sygnału. Jeżeli więc tylko zbiór realizacji chwilowych jest reprezentatywny dla badanego sygnału, to wyniku pomiaru R (7) można użyć do określania momentu sygnału.

Warto podkreślić, że wzór (8) jest prawdziwy bez względu na położenie napięcia centrującego U_c względem napięć $U_{\min}$ i $U_{\max}$. W szczególności , napięcie U_c może nawet nie należeć do przedziału $[U_{\min}, U_{\max}]$. Wtedy jeden z liczników L_2 nie będzie zliczał i przedstawiony układ będzie działał tak, jak układ najprostszy — z licznikiem L_1 i jednym licznikiem L_2.

4. DOKŁADNOŚĆ METODY

Podczas pomiaru momentów przedstawioną metodą należy liczyć się z następującymi składnikami błędu pomiaru:

— błąd związany z tym, że napięcia wzorcowe wykorzystywane do kolejnych porównań wybiera się losowo,

— błąd spowodowany odchyleniami rzeczywistego rozkładu prawdopodobieństwa napięć wzorcowych od postaci pożądanej (6),

— błąd spowodowany histerezą detektorów relacji porządku, tzw. komparatorów, występujących na rys. 2.

Jak już wspomniano, wynik pomiaru w komparacji stochastycznej jest zmienną losową. W przypadku, gdy liczba porównań L wykonywanych w ramach procedury jest znaczna ($L>>30$), zmienna ta ma rozkład normalny, stanowi bowiem kombinację liniową (7) zmiennych losowych L_2', L_2'' o rozkładzie normalnym. Normalność rozkładu tych ostatnich wynika z centralnego twierdzenia granicznego. Nieprecyzyjność wyniku R wynikającą z jego losowości łatwo uwzględnić w postaci odpowiedniej składowej niepewności pomiaru: jeżeli w rezultacie pojedynczej procedury komparacyjnej uzyskano wynik R, to na poziomie ufności 0,997 można twierdzić, że rzeczywista wartość mierzonego momentu zawiera się w przedziale:

$$R \pm 3\sqrt{D^2(R)},$$

gdzie $D^2(R)$ oznacza wariancję wyniku pomiaru.

Składową losową Δ_l niepewności komparacji można więc zdefiniować następująco:

$$\Delta_l = 3\sqrt{D^2(R)}. \tag{9}$$

Jeśli obliczy się wariancję wyniku pomiaru na podstawie wzoru (7), a następnie oszacuje się jej wartość maksymalną i podstawi do wzoru (9), to otrzyma się zależność na wartość graniczną niepewności Δ_l:

$$|\Delta_l|_{\max} = \frac{3}{2\sqrt{L}} \cdot \max\left\{ |U_{\max} - U_c|^n, |U_{\min} - U_c|^n \right\}, \tag{10}$$

gdzie symbol max $\{\cdot\}$ oznacza największą z liczb umieszczonych w nawiasie.

Jak widać, wartość graniczna niepewności pomiaru maleje ze wzrostem liczby L porównań wykonanych w ramach procedury komaparacyjnej. Maleje jednak dość wolno: zmniejszenie niepewności Δ_l np. o rząd wielkości, wymaga zwiększenia liczby porównań o dwa rzędy.

Unormowana, graniczna niepewność losowa ma wartość:

$$\delta_{l\max} = \frac{3}{2\sqrt{L}}. \tag{11}$$

Ze wzoru (11) wynika, że gdy $\delta_{l\max}$ ma być mniejsze niż 10^{-3}, to minimalna liczba porównań, które trzeba wykonać w ramach procedury komparacyjnej wynosi

$L_{min}=2{,}25\cdot10^6$. Wykonanie tak znacznej liczby porównań wymaga odpowiednio długiego czasu lub dużej szybkości ich wykonywania.

Ze wzorów (6) wynika, że dobierając odpowiednio rozkład prawdopodobieństwa losowych napięć wzorcowych, można ten sam układ (rys. 2) zastosować do pomiaru kolejnych momentów sygnału. Należy jednak liczyć się z tym, że w przypadku, gdy rzeczywiste rozkłady generowanych napięć różnią się od pożądanych (6), to wartość oczekiwana wyniku pomiaru R będzie różna od wartości mierzonego momentu. Różnica:

$$\Delta_s^w = E(R) - \mu_n, \tag{12}$$

gdzie μ_n oznacza rzeczywistą wartość mierzonego momentu centrowanego, nazywana jest dalej składową systematyczną niedokładności pomiaru spowodowaną rozbieżnością między pożądanym, a rzeczywistym rozkładem prawdopodobieństwa napięć wzorcowych. Obszerne omówienie właściwości błędu Δ_s^w zawiera praca [1]. Tutaj zajmiemy się tylko analizą wartości błędu Δ_s^w w przypadku, gdy wzorzec napięć losowych wykonany jest w postaci generatora liczb losowych i przetwornika c/a.

Struktura taka ma szereg zalet technicznych. Jedną z nich jest to, że metody generacji liczb losowych o rozkładzie potęgowym są już dobrze znane i przebadane [14]. Wadą omawianej struktury jest jednak, że napięcie na wyjściu przetwornika c/a zmienia się skokowo. Rozkład prawdopodobieństwa tego napięcia jest więc dyskretny. Ze wzorów (6) wynika natomiast, że najodpowiedniejszy byłby rozkład ciągły. Błąd Δ_s^w ma w taki przypadku dwie składowe: pierwszą Δ_s^z związaną z ziarnistością wzorca oraz drugą Δ_s^{gr} związaną z faktem, że granice przedziału napięć, z którego losuje się napięcia wzorcowe — określone przez zakres przetwarzania przetwornika c/a — są znane ze skończoną dokładnością.

Na podstawie analiz wykonanych w [1] można przypuszczać, że błąd Δ_s^z — związany z ziarnistością napięć na wyjściach wzorca — nie przekroczy wartości:

$$|\Delta_s^z|_{max} = \frac{|U_{min}-U_c|^n}{m'} + \frac{|U_{max}-U_c|^n}{m''}, \tag{13}$$

gdzie m' i m'' oznaczają liczby poziomów napięcia odtwarzanych na obu wyjściach wzorca losowego (rys. 2); $m'=2^{b'}$, $m''=2^{b''}$, zaś b' i b'' oznaczają liczby bitów zastosowanych przetworników c/a.

Na podstawie obliczeń stwierdzono, że jeżeli poszczególne granice U_{min}, U_c, U_{max} przedziałów losowania wzorca są znane z niepewnościami o wartościach odpowiednio: ΔU_{min}, $\Delta U_c'$, $\Delta U_c''$, ΔU_{max}, gdzie $\Delta U_c'$ oznacza niepewność granicy górnej na wyjściu pierwszym (rys. 2), zaś $\Delta U_c''$ onacza niepewność granicy dolnej na wyjściu drugim, to niedokładność systematyczna wyniku pomiaru z tym faktem związana nie przekracza wartości:

$$|\Delta_s^{gr}|_{max} = n \times \max\left\{ |U_{min}-U_c|^{n-1}, |U_{max}-U_c|^{n-1} \right\} \times$$
$$\times \max\left\{ |\Delta U_{min}|, |\Delta U_c'|, |\Delta U_c''|, |\Delta U_{max}| \right\}, \tag{14}$$

gdzie n oznacza rząd mierzonego momentu.

Jak więc widać, oba składniki Δ_s^z i Δ_s^{qr} zależą od parametrów zastosowanych przetworników c/a (tzn. od rozdzielczości tych przetworników, ich liniowości i dokładności napięcia odniesienia), oba też rosną wraz ze wzrostem zakresów napięć: $|U_{min}-U_c|$ i $|U_{max}-U_c|$ odtwarzanych na obu wyjściach wzorca. Jest to istotne zwłaszcza wtedy, gdy napięcie centrujące U_c, względem którego mierzymy moment, leży poza zakresem zmian badanego sygnału $[U_{min}, U_{max}]$.

Układ z rys. 2 wymaga użycia detektorów relacji porządku, np. w postaci scalonych komparatorów napięcia. Rzeczywiste komparatory charakteryzują się nie tylko pewną inercją, ale także tym, że pobierają energię ze źródeł porównywanych napięć oraz tym, że zmiana stanu na wyjściu detektora następuje przy niezerowej wartości różnicy porównywanych napięć. Wada pierwsza nie wpływa bezpośrednio na dokładność, ale ma swój udział w czasie trwania procedury komparacyjnej. W celu zminimalizowania błędów wynikających z wady drugiej konieczne jest niekiedy stosowanie separatorów. Wada trzecia natomiast występuje często w postaci histerezy charakterystyki wejściowo-wyjściowej komparatora. Polega to na tym, że zmiana stanu wyjścia detektora z 0 na 1 logiczną następuje przy wartości różnicy napięć wejściowych U_{01} różnej od wartości tej różnicy U_{10}, przy której następuje zmiana stanu wyjściowego z 1 na 0 logiczne. Histerezę układu detektora relacji porządku wprowadza się często celowo, aby zabezpieczyć detektor przed oscylacjami.

Zastosowanie w układzie przedstawionym na rys. 2 detektorów charakteryzujących się histerezą powoduje dodatkowy błąd systematyczny Δ_s^h, którego moduł nie przekracza wartości:

$$|\Delta_s^h|_{max} = n \times \max\left\{ |U_{min}-U_c|^{n-1}, |U_{max}-U_c|^{n-1} \right\} \times$$
$$\times \max\left\{ |U'_{01}|, |U'_{10}|, |U''_{01}|, |U''_{10}| \right\}. \qquad (15)$$

W powyższym wzorze U'_{01}, U'_{10}, U''_{01}, U''_{10} oznaczają wartości różnicy napięć wejściowych, przy których detektory: pierwszy i drugi zmieniają stan logiczny na wyjściu z 0 na 1 oraz z 1 na 0. W wyprowadzeniach wzoru (15) posłużono się metodą zaprezentowaną w [1] na ss. 228–254.

5. MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWAŃ KOMPARACJI STOCHASTYCZNEJ; ZALETY W STOSUNKU DO INNYCH METOD POMIARU MOMENTÓW

Prezentowana metoda pomiaru momentów ma następujące zalety:

1. Umożliwia pomiar parametrów uśrednionych sygnału. Uśrednianie nie wymaga zapamiętywania wartości chwilowych mierzonego sygnału — odbywa się więc „on line".

2. W układzie o tej samej, prostej strukturze (rys. 2) można mierzyć moment dowolnego rzędu zależnie od postaci rozkładu prawdopodobieństwa napięć wzorcowych.

3. Czas akwizycji jednej próbki sygnału badanego jest krótki. Wynika to z faktu, że każdą próbkę porównuje się z jednym tylko napięciem wzorcowym. Na czas akwizycji pojedynczej próbki składają się więc: czas generowania pojedynczej pary realizacji wzorcowego napięcia losowego, czas reakcji detektora relacji porządku i czas reakcji licznika. Zaleta, o której tu mowa staje się tym bardziej widoczna im wyższego rzędu moment podlega pomiarowi. W przypadku pomiaru momentów metodą uśredniania w dziedzinie liczb (A', rys. 1) sposobem „on line", na czas akwizycji próbki składa się nie tylko czas pomiaru jej wartości, ale także czas wykonania odpowiednich obliczeń (potęgowanie, sumowanie) rosnący ze wzrostem rzędu n mierzonego momentu. W komapracji stochastycznej czas generacji kolejnego napięcia losowego też wprawdzie na ogół rośnie ze wzrostem n, ale — jak wynika z analiz wykonanych w [1] na ss. 287—295 — wzrost ten jest znacznie mniejszy niż przyrost czasu potrzebny na wykonanie dodatkowego mnożenia w przypadku zastosowania uśredniania „on line" w dziedzinie liczb.

Wadą omawianej metody jest niewątpliwie to, że zmniejszanie składowej losowej Δ_l niedokładności pomiaru wymaga wykonania stosunkowo dużej liczby porównań L.

Z wymienionych cech komparacji stochastycznej wynikają możliwości jej zastosowania w praktyce.

Zastosowanie do pomiarów wartości napięcia stałego wydaje się mało efektywne, ze względu na stosunkowo długi czas jej trwania. Interesująca jest w tym przypadku natomiast, możliwość zastosowania w komparacji stochastycznej wzorca ciągłego, tzn. odtwarzającego wszystkie napięcia z pewnego przedziału. Nie występuje wtedy błąd związany z ziarnistością wzorca. Pojawia się wprawdzie niepewność losowa Δ_l, ale można ją dowolnie zmniejszyć, wykonując wystarczającą liczbę porównań. Gdyby więc zastosować układ realizujący komparację stochastyczną z wzorcem ciągłym do pomiaru wartości napięcia stałego, to granice osiągalnych dokładności będą wyznaczały: histereza zastosowanych detektorów relacji porządku oraz niepewność określenia granic przedziałów losowania wzorca.

Wydaje się, że omawiany układ (rys. 2) warto stosować do pomiaru momentów sygnałów tak deterministycznych jak i losowych, które muszą być uśredniane przez czas na tyle długi, że możliwe jest wykonanie w nim takiej liczby porównań, by składowa losowa Δ_l była wystarczająco mała. Sytuacja taka występuje np. podczas pomiaru momentów sygnałów odkształconych o częstotliwości sieci energetycznej, czy też wolnozmiennych sygnałów losowych odpowiadających np. falowaniu wód morskich, jak i zjawiskom w geologii.

Szczególnie korzystne wydaje się natomiast stosowanie komparacji stochastycznej do pomiaru momentów szerokopasmowych sygnałów losowych. W przypadku takich sygnałów, ważnym składnikiem niedokładności pomiaru jest niepewność związana ze skończonym czasem ich obserwacji. W przypadku pomiaru momentów metodą próbkowania sygnału, niepewność ta zależy od zmienności (wariancji) sygnału oraz od liczby próbek, pod warunkiem jednak, że próbki są losowo niezależne. Uzyskanie niepewności względnej rzędu 10^{-3} związanej ze skończonym czasem obserwacji

sygnału losowego, wymaga często pobrania rzędu 10^6 niezależnych próbek. Ich niezależność osiąga się próbkując sygnał co wystarczająco długi czas, dłuższy od czasu korelacji; przy czym czas korelacji sygnału [15] to czas, po którym jego wartości są już losowo niezależne od wartości przyjmowanych w chwilach wcześniejszych. Sygnały, których energia jest rozłożona w szerszym paśmie częstotliwości, charakteryzują się krótszym czasem korelacji i dlatego warto próbkować je z większą częstotliwością.

Stosowanie komparacji stochastycznej do pomiaru momentów szerokopasmowych sygnałów losowych jest szczególnie korzystne dlatego, że charakteryzuje się ona stosunkowo któtkim, trudnym do osiągnięcia innymi metodami, czasem akwizycji próbki, zaś fakt, że liczba porównań wykonanych w ramach komparacji musi być duża nie jest wtedy wadą, bo w przypadku sygnałów losowych i tak trzeba uśredniać ogromną liczbę próbek.

Ważną zaletą układu realizującego komparację stochastyczną jest też możliwość wykorzystania jednego wzorca losowego do równoległej obsługi wielu zestawów detektorów relacji porządku i liczników L_2', L_2'', a więc do pracy wielokanałowej. Wynika to stąd, że realizacje wzorcowe podawane do porównania z realizacjami chwilowymi (próbkami) sygnału badanego w dowolnym, j-tym takcie procedury nie zależą ani od realizacji podawanych do porównania w taktach wcześniejszych, ani od wyników porównań w poprzednich taktach. Nie ma więc przeszkód by napięcia z jednego wzorca podawać jednocześnie na wejścia wielu detektorów relacji porządku, mierząc momenty równolegle w wielu kanałach. Warto zauważyć, że opisany sposób pomiaru wielokanałowego nie pociąga za sobą konieczności pracy któregokolwiek z elementów układu z podziałem czasu. System wielokanałowy tak zbudowany może więc próbkować równie szybko, jak układ pojedynczy (rys. 2) i to bez względu na to ile kanałów jest obsługiwanych.

Układ realizujący omawianą metodę pomiaru (rys. 2) ma bardzo prostą strukturę. Jej jedyną wadą jest w obecnych warunkach to, że wymaga zastosowania szybkiego, wzorcowego generatora napięć losowych, dostarczającego ciągi napięć o rozkładzie potęgowym (6). Element taki nie jest dziś jeszcze masowo dostępny w postaci scalonej. W ostatnich latach produkuje się generatory przebiegów o dowolnym kształcie w postaci przyrządów laboratoryjnych [16–18]. W kraju jednak były one dotąd trudno dostępne. Celowym więc było podjęcie we własnym zakresie konstrukcji wzorcowego generatora napięć losowych potrzebnego do komparacji stochastycznej [19].

LITERATURA

1. Smołalski G.: *Stochastyczna komparacja pomiarowa*. Praca doktorska. Instytut Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1983.
2. Smołalski G.: *Komparacja pomiarowa i jej rodzaje*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1986, vol. 32, nr 3, ss. 857–868.
3. Wehrmann W.: *A new line of stochastic-ergodic measuring instruments*. NORMA Technical Information, 1971, VIII, nr 2E, ss. 3–12.
4. Wehrmann W.: *The U-FUNCTIONMETER — a stochastic multimeter for signal processing and data handling*. NORMA Technical Information, 1972, nr 1E, ss. 11–18.

5. Wehrmann W.: *Einführung in die stochastisch-ergodische Impulstechnik*. Wien-München, R. Oldenbourg Verlag, 1973, rozdział 4.2.
6. Volgin L.I.: *Ob ispol'zovanii metoda statističeskich ispytanij dlja izmerenija effektivnogo značenija napraženij proizvol'noj formy*. Avtometrija, 1969, nr 6, ss. 81–85.
7. Volgin L.I., Rebane R.V.P.: *O vozmožnosti ispol'zovanija stochastičeskich metodov dlja izmerenija amplitudnogo značenija signalov*. [W:] *Metody i sredstva izmerenija, preobrazovanija i obrabotki informacii*. Tallin, Akademija Nauk Estonskoj SSR, 1987, ss. 56–60.
8. Badźmirowski K., Hejen K.: *Error analysis of an indirect DA converter using intermediate signal in the form of binary pseudorandom process*. [W:] *Practical Measurement for Imroving Efficiency. ACTA IMEKO 1976* [...]. Akade'miai Kiado', Budapest, 1977, vol. I, ss. 193–200.
9. Hein K.: *Zastosowanie metody Monte Carlo do teorii pewnej klasy przetworników cyfrowo-analogowych*. Praca doktorska. Instytut Podstaw Elektroniki Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1975.
10. Gonera M.: *Zagadnienie pomiaru współczynnika zniekształceń nieliniowych metodą próbkowania sygnału*. Praca doktorska. Przemysłowy Instytut Elektroniki, Warszawa, 1981.
11. Bilinskij I.Ja., Mikelson A.K.: *Modyfikacii modelej statističeskich ispytanij*. [W:] *Informacionnye i izmeritel'nye ustrojstva v radioelektronike*. Riga, Zinatne, 1974. Cytuję za: Gonera M., op. cit.
12. Mirskij G.Ja.: *Apparaturnoe opredelenie charakteristik slučajnych processov*. Energija, Moskva, 1972, s. 56–59.
13. Pilz R.: *Untersuchungen zur stochastisch-ergodischen Meßtechnik*. MSR messen-steuern-regeln, Januar 1983, zeszyt 1, ss. 24–29.
14. Zieliński R.: *Generatory liczb losowych. Programowanie i testowanie na maszynach cyfrowych*. WNT, Warszawa, 1979.
15. Mirskij G.Ja.: *Charakteristiki stochastičeskoj vzaimosvjazi i ich izmerenija*. Energoizdat, Moskva, 1982, s. 213.
16. Tektronix 1990 Cataolg. Ss. 244–249 i 348.
17. Ives F.H.: *Multifunction Synthesizer for Building Complex Waveforms*. Hewlett-Packard Journal, February 1989, ss. 52–54.
18. Novellino J.: *Smart Generators Issue Faster Arbitrary Waves*. Electronic Design, 25. June 1987, ss. 67–75.
19. Smolalski G.: Raporty roczne prac wykonanych w ramach zlecenia I. 18: *Opracowanie wzorcowego generatora napięć losowych do pomiaru momentów sygnałów elektrycznych metodami stochastycznymi*. Centralny Program Badań Podstawowych 02.20.

MEASUREMENT OF CENTRALIZED MOMENTS OF BIPOLAR SIGNALS WITH THE METHOD OF STOCHASTIC COMPARISON

Summary

Different-today known-ways of bipolar signals moments measurement as well as their advantages and disadvantages were reported. The circuit for any centralized moment measurement using the method of stochastic comparison was proposed. The main components of the measurement result inaccuracy of the presented method were discussed. Especially the formulae for the errors caused by randomness of the standard used and difference between its actual and desired form of probability distribution, as well as the formula for the error caused by the hysteresis of the order relation detectors (eg. voltage comparators) were carried out and final results were presented. It was shown, that in some cases of measured signals the proposed method of moments measurement is advantageous compared to other methods.